

ARITMÉTICA



Profesor
Fortunato Mendoza



PROBABILIDADES

PROBABILIDADES; VARIABLE ALEATORIA Y ESPERANZA MATEMÁTICA



PROBABILIDAD

I. CONCEPTOS PREVIOS

a) Experimento Aleatorio($\mathcal{E}$)

Es toda prueba o ensayo cuyos resultados no pueden predecirse sin realizar previamente la prueba, ya que consta con más de un resultado posible.

b) Espacio Muestral(Ω)

Es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

c) Evento o suceso(A; B; C;…

Es cualquier subconjunto de un espacio muestral. Se denota con las primeras letras del alfabeto.

Ejemplo:

ε: Lanzar un dado parta anotar el puntaje obtenido en la cara superior.

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Sea el evento A: “Obtener puntaje impar”

Entonces : $A = \{1; 3; 5\}$

II. CLASES DE EVENTOS

a) Evento imposible(∅)

Es aquel suceso que nunca va a ocurrir.

b) Evento seguro(Ω)

Es aquel suceso que siempre va a ocurrir.

c) Evento complementario

El suceso complementario de A:

$$\bar{A} = A^C = \Omega - A$$

Del ejemplo : $\bar{A} = \{2; 4; 6\} \rightarrow A \cup \bar{A} = \Omega$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBABILIDADES

III. OPERACIONES ENTRE SUCESOS

* $A \cup B$: Ocurre A o B; Ocurre al menos uno de ellos
* $A \cap B$: Ocurre A y ocurre B
* $A - B$: Ocurre A pero no B
* $\bar{A}$: No ocurre A

IV. DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD

Si A es un suceso de un espacio muestral Ω , entonces la probabilidad de ocurrencia de A se denota por P[A] y está dada por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\#casos\ favorables}{\#casos\ posibles}$$

Aplicación 8:

Si se lanza un dado; ¿Cuál es la probabilidad de obtener un numero par mayor que 2?

Resolución:

$\mathcal{E}: Se\ lanza\ un\ dado$

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$Sea\ A = \{4; 6\}$

Piden P(A) = $\frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

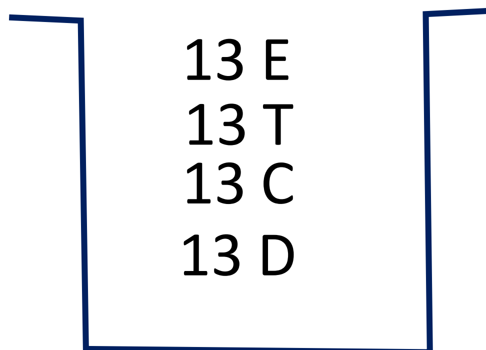
Aplicación 9:

Se tiene una baraja de 52 cartas y de ellas se extrae 2 cartas. Hallar la probabilidad de que las cartas sean de espadas:

Resolución:

Se tiene:

Se extrae 2 cartas



Sea A : Se extraen 2 cartas de espadas

Piden: $P(A) = \dfrac{\#cf}{\#cp} = \dfrac{C_2^{13}}{C_2^{52}} = \dfrac{\frac{13.12}{2.1}}{\frac{52.51}{2.1}} = \dfrac{13.12}{52.51} = \dfrac{1}{17}$

PROBABILIDADES

Propiedades:

1. Se cumple $0 \leq P(A) \leq 1$

2. Se A un evento y su complemento $\bar{A}$, se cumple:

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3. Si A es un evento imposible: $P(A) = P(\phi) = 0$

4. Si A es un evento seguro: $P(A) = P(\Omega) = 1$

Eventos mutuamente excluyentes

Se dice que A y B son eventos mutuamente excluyentes cuando ambos no pueden ocurrir a la vez ($A\cap B = \emptyset$), entonces se cumple que:

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$$

donde $P(A\cup B)$: probabilidad de que ocurra A o B.

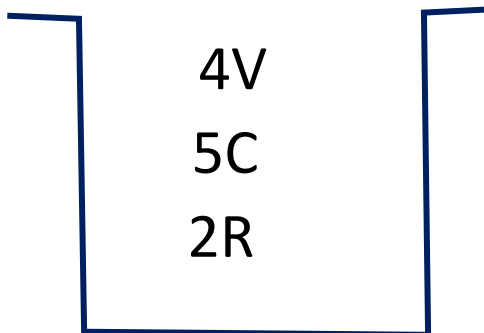
Aplicación 10:

Una bola se extrae al azar de una caja que contiene 4 bolas verdes, 5 bolas celestes y 2 bolas rojas. Determinar la probabilidad de que sea verde o roja.

Resolución

Se tiene:

Se extrae 1 bola



Sea A: La bola sea verde
B: La bola sea roja

Piden: $P(A\cup B)$

Como A y B son mutuamente excluyentes

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A\cup B) = \frac{4}{11} + \frac{2}{11}$$

$$P(A\cup B) = \frac{6}{11}$$

Nota:

Cuando dos eventos A y B no son mutuamente excluyentes ($A \cap B \neq \emptyset$), es decir pueden ocurrir a la vez, se cumple:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Aplicación 11:

La probabilidad de que Carlos estudie aritmética es 0,75 y la probabilidad de que estudie álgebra es 0,50. Si la probabilidad de que estudie aritmética o álgebra es 0,85. ¿Cuál es la probabilidad de que estudie ambos cursos a la vez?

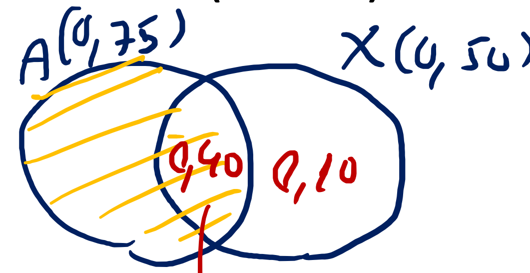
Resolución:

$P(A) = 0{,}75$; $P(X) = 0{,}50$; $P(A \cup X) = 0{,}85$ Piden : $P(A \cap X)$

Se cumple: $P(A \cup X) = P(A) + P(X) - P(A \cap X)$

$$0{,}85 = 0{,}75 + 0{,}50 - P(A \cap X)$$

$$P(A \cap X) = 0{,}40$$



$P(A \cap X) = 0{,}40$

Eventos Independientes

Se dice que dos eventos son independientes cuando
la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia de otro, entonces se cumple que:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

donde $P(A \cap B)$: probabilidad de que ocurra A y B.

Aplicación 12:

Calcular la probabilidad de obtener sello al lanzar una moneda, y un puntaje impar mayor que 2 al lanzar un dado.

Resolución:

Sea A: Se obtiene sello al lanzar una moneda

B: Se obtiene puntaje impar mayor que 2 al lanzar un dado

Piden $P(A \cap B)$

Como A y B son eventos independientes, se cumple:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} * \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

PROBABILIDADES

Nota:

Cuando dos eventos A y B no son independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

donde P(B/A): probabilidad de que ocurra B, dado que ya ocurrió el evento A.

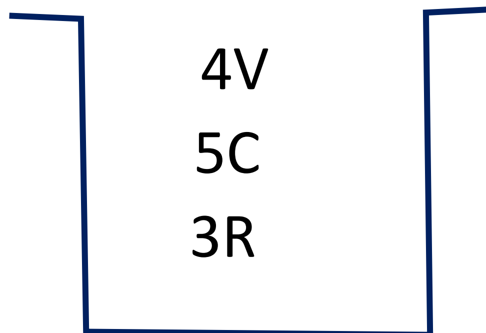
Aplicación 10:

Se extrae 2 bolas una por una sin reposición de una caja que contiene 4 bolas verdes, 5 bolas celestes y 3 bolas rojas. Determinar la probabilidad que la primera sea verde y la segunda se roja

Resolución

Se tiene:

Se extrae 2 bolas (sin reposición)



Sea A: La 1ra bola sea verde

B: La 2da bola sea roja

Piden: $P(A \cap B)$

Como B depende de A

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$



$$P(A \cap B) = \frac{4}{12} \times \frac{3}{11}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{11}$$

VIII. PROBABILIDAD CONDICIONAL

Es la probabilidad de ocurrencia de B ya que ocurrió A y se denota por P(B/A) y se calcula:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Ejemplo:

Al lanzar un dado, si el resultado es par, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor que 3?

Resolución:

$\mathcal{E}$: Se lanza un dado

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$Sea\ A = \{2;\ 4;\ ; 6\}$

$B = \{\ 4; 5; 6\}$

Piden $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}}{\frac{n(A)}{n(\Omega)}}$

Observación: $A \cap B = \{\ 4; 6\}$

$P(B/A) = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$

OTRO MÉTODO

$\Omega' = \{2; 4; 6\}$ ✓

$P(>3) = \frac{\#cf}{\#cp} = \frac{2}{3}$

VARIABLE ALEATORIA(X)

Sea ε un experimento aleatorio y Ω el espacio muestral asociado a este experimento. Se llama variable aleatoria a toda aplicación del espacio muestral Ω en el conjunto de los números reales (es decir, asocia a cada elemento de Ω un número real).

Ejemplo:

Consideremos el experimento de lanzar una moneda 2 veces y sea la variable aleatoria x determinada por el número de caras que salen.

Ω = {cc; cs; sc; ss} donde c: cara ; s: sello

asignamos a cada elemento del espacio muestral el numero de caras obtenidas

Ω = {cc; cs; sc; ss}

↓ ↓ ↓ ↓

2 1 1 0

PROBABILIDADES

Ω = {cc; cs; sc; ss}

2 1 1 0

Luego

X_i	**0**	**1**	**2**
P(x_i)	1/4	2/4	1/4

Donde a P(x_i) se le llama función de probabilidad o distribución de probabilidad :

Se cumple que:

I. $P(x_i) \geq 0 \quad \forall i = 1; 2; 3; \ldots; n$

II. $\sum P(x_i) = 1$

ESPERANZA MATEMATICA(E(x))

La esperanza matemática (o simplemente esperanza) o valor esperado de una variable aleatoria finita X, que toma los valores: $x_1; x_2; x_3; ...,x_n$ con las probabilidades: $p(x_1); p(x_2); p(x_3);...;p(x_n)$ respectivamente, se calcula como:

$$E(X) = \sum x_i p(x_i)$$

Del ejemplo:

X_i	0	1	2
$P(x_i)$	1/4	2/4	1/4

$$E(X) = 0.\frac{1}{4} + 1.\frac{2}{4} + 2.\frac{1}{4} = 1$$



MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN



PROBLEMAS

1. Se lanzan 3 dados y se anotan los tres resultados. ¿Cuál es la probabilidad de sacar el puntaje máximo de 18 puntos?

A) 1/6 **B) 1/36** **C) 1/216**

D) 1/6! **E) 3/6!**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan 3 dados

$\Omega = \{(1;1;1);(1;1;2);\ldots;(6;6;6)\} \rightarrow n(\Omega) = 216$

Sea A: Se saca puntaje máximo de 18 puntos

$A = \{(6;6;6)\} \rightarrow n(A) = 1$

Piden: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{216}$

Clave: C

1° 2° 3°
↓ ↓ ↓
1 1 1
2 2 2
⋮ ⋮ ⋮
6 6 6

$6 \times 6 \times 6 = 216$

PROBLEMAS

2. Entre los 4 primos absolutos de una cifra, ¿cuál es la probabilidad de escoger 2 de ellos, cuya suma sea un primo absoluto?

A) 1/12 **B) 1/6** **C) 1/5**

D) 1/4 **E) 1/3**

Resolución

Primos absolutos de 1 cifra: 2; 3; 5; 7

$C_2^4 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

$\mathcal{E}$: Se escoge 2 de ellos

Sea A: La suma de ellos sea un primo absoluto

Casos favorables: 2 y 3 ; 2 y 5 $\rightarrow \#cfs = 2$

Piden: $\mathrm{P(A)} = \frac{\#\, cf}{\#Cp} = \frac{2}{C_2^4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Clave: E

PROBLEMAS

03. Se lanzan dos dados y se suman los puntos que aparecen en sus caras superiores. ¿Cuál es la probabilidad de que esta suma sea menor que 4?

A) 1/36 **B) 1/24** **C) 1/12**

D) 3/24 **E) 1/2**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan 2 dados

$\Omega = \{(1;1);(1;2);\ldots;(6;6)\} \rightarrow n(\Omega) = 36$

Sea A: La suma sea menor que 4

$A = \{(1;1);(1;2);(2;1)\} \rightarrow n(A) = 3$

Piden: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ **Clave: C**

1° 2°
1 1
2 2
⋮ ⋮
6 6
6 × 6 = 36

PROBLEMAS

04. Un profesor, asiduo cliente de un bar, siempre veía pasar por la ventana a 5 de sus jóvenes alumnos, entre los que se encontraban 2 mujeres. Todos ellos siempre pasaban en fila india. ¿Cuál es la probabilidad que pase una mujer inmediatamente después de la otra?

A) 0,2 **B) 0,25** **C) 0,32**

D) 0,40 **E) 0,48**

Resolución

Casos posibles

$H_1\ H_2\ H_3\ M_1\ M_2 \rightarrow \#\,\text{cp} = 5! = 120$

Casos favorables: Las dos mujeres pasen juntas

$H_1\ H_2\ H_3\ \boxed{M_1\ M_2} \rightarrow \#\,\text{cf} = 4!\ 2! = 48$

Piden: $\text{P(Pasen las 2 mujeres juntas)} = \dfrac{\#\,cf}{\#cp} = \dfrac{48}{120} = 0{,}40$

Clave: D

05. Con 7 ingenieros y 4 médicos se van a formar comités de 6 miembros. ¿Cuál es la probabilidad de que el comité incluya exactamente a 2 médicos?

A) 0,[43] **B) 0,[45]** **C) 0,[47]**
D) 0,[48] **E) 0,[49]**

Resolución

Total: 7I y 4M → 11 pers

Comité: 6 miembros

Sea A: Comité → 4I y 2M

Piden: $P(A) = \frac{\# cf}{\# cp} = \frac{C_4^7 \cdot C_2^4}{C_6^{11}}$

$P(A) = \frac{36 \cdot 6}{462} = 0,\widehat{45}$

Clave: B

$0,[45] = 0,\widehat{45}$

$0,2[36] = 0,2\widehat{36}$

PROBLEMAS

06. En una fila se ubican doce amigas, pero dos de ellas no se hablan y no quieren estar juntas. ¿Cuál es la probabilidad para que se cumpla esta condición?

A) 2/7 B) 1/6 C) 3/5 D) 2/3 E) 5/6

Resolución

Amigas: $A_1; A_2; A_3; \ldots; A_{12}$

A_1 y A_2: no se hablan y no quieren estar juntas

Sea A : Se ubican en una fila donde A_1 y A_2 no estén juntas:

Luego $\bar{A}$: Se ubican en una fila donde A_1 y A_2 estén juntas

Piden: $\mathrm{P(A)} = 1 - \mathrm{P}(\bar{A}) \ldots\ldots(1)$

$\boxed{A_1 \ A_2}\ A_3 \ldots\ldots A_{12}$ ➡ $\mathrm{P}(\bar{A}) = \frac{\#cf}{\#cp} = \frac{11!\,2!}{12!} = \frac{11!\,2}{11!\,12} = \frac{1}{6}$

↳ *Juntas*

En (1) $\mathrm{P(A)} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Clave: E

PROBLEMAS

07. Se lanzan 3 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener por lo menos dos caras?

A) 1/8 **B) 2/7** **C) 1/4**

D) 3/4 **E) 1/2**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan 3 monedas

Casos posibles

C C C √
C C S √
C S C √
C S S
S C C √
S C S
S S C
S S S

Sea A: Se obtiene por lo menos dos caras

$$P(A) = \frac{\#\,cf}{\#cp} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Clave: E

PROBLEMAS

08. Calcular la esperanza matemática de la variable aleatoria "x", cuya distribución de probabilidad está dada por:

x	0	1	2	3	4
P(x)	0,3	k	0,5	3k	0,1

A) 1,63 **B) 1,64** **C) 1,65** **D) 1,66** **E) 1,67**

Resolución

Distribución de probabilidad

x	0	1	2	3	4
P(x)	0,3	k	0,5	$3k$	0,1

Se cumple $\sum P(x) = 1$

$0{,}3 + k + 0{,}5 + 3k + 0{,}1 = 1 \longrightarrow 4k + 0{,}9 = 1 \longrightarrow k = 0{,}025$

Piden $E(x) = \sum x_i P(x_i)$

$E(x) = 0(0{,}3) + 1(0{,}025) + 2(0{,}5) + 3(0{,}075) + 4(0{,}1) \longrightarrow E(x) = 1{,}65$

Clave: C

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMAS

09. Calcular el valor de "k" para que la función F(x) = $k\left(\frac{1}{4}\right)^x$; x = 1; 2; 3; ..., sea una función probabilidad.

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 6**

Sea $S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots$

Si $0 < r < 1 \rightarrow S = \frac{a}{1-r}$

Resolución

Se tiene F(x) = $k\left(\frac{1}{4}\right)^x$; x = 1; 2; 3; ....

Como F(x) es una función de probabilidad

Se cumple $$\sum_{x=1}^{\infty} F(x) = 1$$

$$\sum_{x=1}^{\infty} k\left(\frac{1}{4}\right)^x = 1 \rightarrow k\sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^x = 1$$

$$k\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots\right] = 1$$

$$\rightarrow k\left[\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right] = 1$$

Resolviendo $k = 3$

Clave: B

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMAS

10. Suponga que un juego al azar consiste en lanzar un dado, y que el jugador puede ganar S/. 7 si obtiene al menos 5 puntos, o perder S/. 2 en caso contrario. ¿Cuánto espera ganar en este juego el jugador?

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 3,5 **E) 4**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan un dado

$$\Omega = \{1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ 4\,;\ 5\,;\ 6\}$$

$$x \rightarrow \quad -2 \quad -2 \quad -2 \quad -2 \quad 7 \quad 7$$

Distribución de probabilidad

x	-2	7
$P(x_i)$	$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6}$

Piden $E(x) = \sum x_i P(x_i)$

$$E(x) = -2\left(\frac{4}{6}\right) + 7\left(\frac{2}{6}\right)$$

$$E(x) = \frac{6}{6} = 1$$

Clave: A

PROBLEMAS

12. Juan debe tomar un jugo surtido de 3 frutas, escogiéndolas al azar de entre piña, papaya, plátano, manzana y fresa. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un jugo en base a papaya?

A) 0,2 **B) 0,4** **C) 0,6**

D) 0,75 **E) 0,8**

Resolución

Sea J ={Piña; papaya; plátano; manzana; fresa}

Se eligen 3 frutas

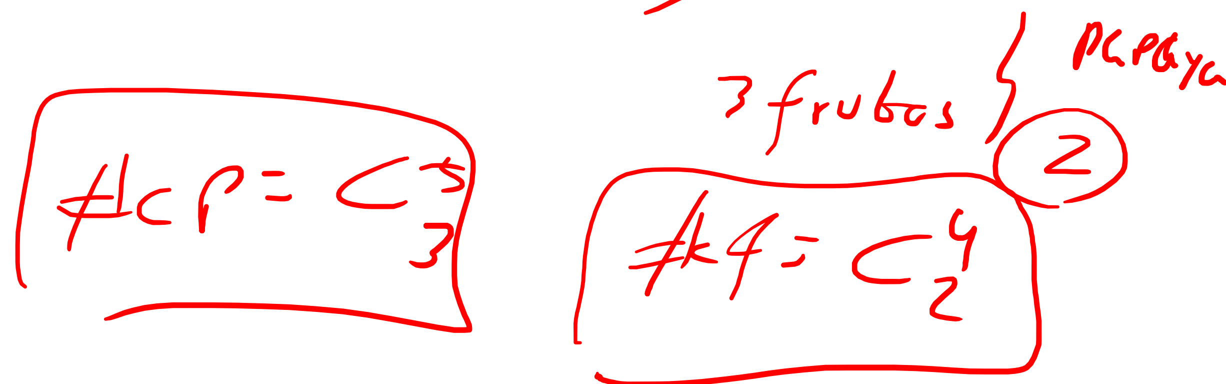
Sea A: De las 3 frutas una es papaya



Piden: $P(A)=\dfrac{\#\,cf}{\#cp}=\dfrac{C_2^4}{C_3^5}=\dfrac{6}{10}$

$P(A)=0,6$

Clave: C



PROBLEMAS

13. Un experimento consiste en disponer en forma aleatoria a los dígitos 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9 uno a continuación del otro. Calcule la probabilidad de que el 3 aparezca junto al 4 y en orden creciente.

A) 1/8 **B) 1/7** **C) 1/6**
D) 1/5 **E) 1/4**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se ordena los dígitos: 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9

2 3 4 5 6 7 8 9 $\rightarrow$ # cp= 8!

Sea A: El 3 aparezca junto al 4 en orden creciente

2 [3 4] 5 6 7 8 9 $\rightarrow$ # cf = 7!

Piden: $P(A) = \frac{\# cf}{\# cp} = \frac{7!}{8!} = \frac{7!}{7!\ 8}$

$P(A) = \frac{1}{8}$ **Clave: A**

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMAS

14. Sea "x" una variable aleatoria definida como el número de caras que ocurren al lanzar una moneda 4 veces. Luego, la probabilidad P[0 < x ≤ 2] es:

A) 1/8 B) 2/8 C) 3/8 D) 4/8 E) 5/8

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanza una moneda 4 veces

Casos posibles

C C C C $\rightarrow x = 4$
C C C S $\rightarrow x = 3$
C C S C $\rightarrow x = 3$
C C S S $\rightarrow x = 2$
C S C C $\rightarrow x = 3$
C S C S $\rightarrow x = 2$
C S S C $\rightarrow x = 2$
C S S S $\rightarrow x = 1$
S C C C $\rightarrow x = 3$
S C C S $\rightarrow x = 2$
S C S C $\rightarrow x = 2$
S C S S $\rightarrow x = 1$
S S C C $\rightarrow x = 2$
S S C S $\rightarrow x = 1$
S S S C $\rightarrow x = 1$
S S S S $\rightarrow x = 0$

Distribución de probabilidad

x	0	1	2	3	4
P(Xi)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

Piden

$$P(0 < x \leq 2) = P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$= \frac{4}{16} + \frac{6}{16}$$

$$P(0 < x \leq 2) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

15. Un dado está cargado de tal forma que al lanzar este dado, la probabilidad que aparezca un cierto número es proporcional a dicho número. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el número 3?

A) 2/3 **B) 1/2** **C) 1/3**

D) 1/4 **E) 1/7**

Resolución

Por dato

$$\mathrm{P}(1) = 1\mathrm{k}$$
$$\mathrm{P}(2) = 2\mathrm{k}$$
$$\mathrm{P}(3) = 3\mathrm{k}$$
$$\mathrm{P}(4) = 4\mathrm{k}$$
$$\mathrm{P}(5) = 5\mathrm{k}$$
$$\mathrm{P}(6) = 6\mathrm{k}$$

Se cumple $\sum_{i=1}^{6} P(i) = 1$

$$21k = 1 \longrightarrow \mathrm{k} = \frac{1}{21}$$

Piden $P(3) = 3k = 3\left(\frac{1}{21}\right)$

$$P(3) = \frac{1}{7}$$

Clave: E

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMAS

16. Al lanzar 4 veces una moneda, ¿cuál es la probabilidad de que salga en el segundo lanzamiento cara y en el cuarto lanzamiento sello?

A) 1/4 **B) 3/16** **C) 2/5**

D) 1/8 **E) 3/8**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan 4 veces una moneda

Casos posibles

1°	2°	3°	4°
↓	↓	↓	↓
C	C	C	C
S	S	S	S

#Cp= 2 * 2 * 2 * 2 = 16

Casos favorables <> A

1°	2°	3°	4°
↓	↓	↓	↓
C	C	C	S
S		S	

#Cf= 2 * 1 * 2 * 1 = 4

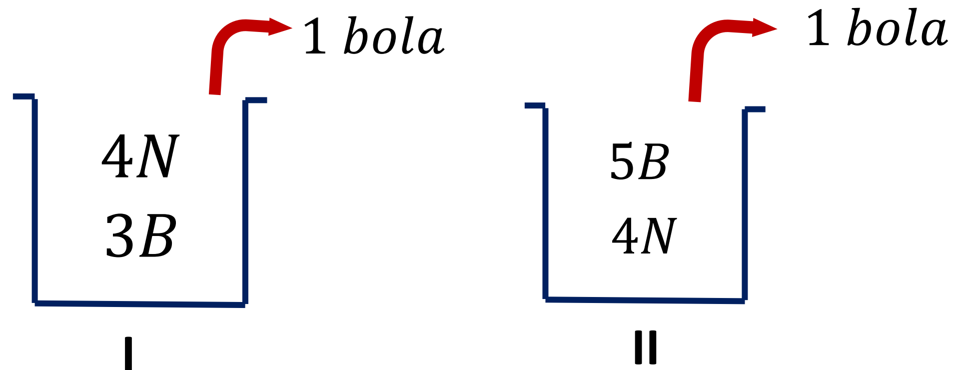
Piden: $P(A) = \frac{\# cf}{\# cp} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

Clave: A

18. Una bolsa contiene 4 bolas negras y 3 blancas; otra bolsa contiene 5 bolas blancas y 4 negras. Se extrae una bola de cada bolsa. ¿Cuál es la probabilidad de que una sea blanca y otra negra?

A) 32/63 **B) 35/83** **C) 38/63**
D) 40/63 **E) 41/63**

Resolución



Sea

A: La bola de I sea blanca

B: La bola de II sea negra

Piden $P[(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$= P(A)P(B) + P(\bar{A})\,P(\bar{B})$$

$$= \frac{3}{7}\,x\,\frac{4}{9} + \frac{4}{7}\,x\,\frac{5}{9} = \frac{32}{63}$$

Clave: A

PROBLEMAS

19. Al lanzar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener 5 puntos en total?

A) 1/8 **B) 1/9** **C) 1/10**

D) 1/12 **E) 1/15**

Resolución

$\mathcal{E}$: Se lanzan dos dados

$\Omega = \{(1;1)\,;(1;2);(1\,;3)\ \ldots\,;(6;6)\} \rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = 36$

Sea A: Se obtiene 5 puntos

$\mathrm{A} = \{(1;4)\,;(2;3)\,;(3;2)\,;(4;1)\} \rightarrow \mathrm{n}(A) = 4$

Piden: $\mathrm{P(A)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Clave: B

20. Determine la constante k para que:

$$\mathbf{f(x) = K\left(\frac{1}{3}\right)^{x} ;\ x = 1, 2, 3,\ \ldots\ldots\ldots}$$

Sea una función de probabilidad de una variable aleatoria "x"

A) 1 **B) 2** **C) 3** **D) 4** **E) 5**

Resolución

Función de probabilidad:

$$\mathrm{f}(x) = K\left(\frac{1}{3}\right)^{x} ;\ x = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$$

Se cumple:

$$\sum f(x) = 1 \rightarrow K\left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{3} + \ldots\right] = 1 \rightarrow K\left[\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}\right] = 1$$

Luego: $K = 2$

Clave: B



FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS

01. De un grupo de 5 varones y 3 mujeres, se seleccionan dos personas al azar. Hallar la probabilidad de que ambos sean varones.

A) 5/14 B) 15/28 C) 2/7
D) 1/4 E) 9/14

Resolución

Se eligen 2 personas

Total 5V y 3M → 8 pers

Sea A: Los 2 sean varones

Piden $P(A) = \frac{\#cf}{\#cp} = \frac{C^5_2}{C^8_2} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$

PITAGORAS ACADEMIA

EXAMEN

02. En un concurso de mascotas van a ser ordenados linealmente 3 perros y 2 gatos. Halle la probabilidad que los dos gatos no estén juntos.

A) 5/24 B) 2/5 C) 3/10
D) 7/30 E) 3/5

Resolución

× Casos posibles

$P_1 P_2 P_3 G_1 G_2 \rightarrow \#cp = 5! = 120$

A: Los 2 gatos no esten juntos

$\bar{A}$: Los 2 gatos esten juntos

$P_1 P_2 P_3 \boxed{G_1 G_2} \rightarrow \#cf = 4!\,2! = 48$

$P(\bar{A}) = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$

Piden $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

$= 1 - \frac{2}{5}$

$P(A) = \frac{3}{5}$